

Exercice 1 (DES - simples) Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles suivantes:

$$1. \frac{3x+1}{(x+1)(x+2)}$$

$$4. \frac{2x-1}{(x-3)(x+1)}$$

$$2. \frac{1}{(x+1)(x-5)}$$

$$5. \frac{7}{(x-3)(x+5)}$$

$$3. \frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$6. \frac{x^2+1}{(x-1)(x-2)(x+3)}$$

Exercice 2 (DES - factorisation) Décomposer en éléments simples en factorisant au préalable le dénominateur:

$$1. \frac{x}{x^2-1}$$

$$4. \frac{3}{x^2+x}$$

$$2. \frac{x+1}{x^2-x-2}$$

$$5. \frac{2x+3}{x^2-4x+3}$$

$$3. \frac{x^2+1}{x^3-6x^2+11x-6}$$

$$6. \frac{2x+3}{x^3-2x^2-5x+6}$$

Exercice 3 (DES - partie entière) Décomposer en éléments simples en faisant au besoin une division euclidienne préalable du numérateur par le dénominateur:

$$1. \frac{x^2+3x+5}{(x-1)(x-2)}$$

$$3. \frac{x^3+x^2+x+2}{x(x+1)}$$

$$2. \frac{x^4}{x^2-3x+2}$$

$$4. \frac{x^3}{x^2-2x-3}$$

Commandes SAGE:

Les résultats finaux des questions de la colonne de droite sont donnés par les calculs du logiciel Sage ci-dessous.

```
f(x)=(2*x-1)/((x-3)*(x+1))
show(f(x).partial_fraction())
```

$$\frac{3}{4(x+1)} + \frac{5}{4(x-3)}$$

```
f(x)=3/(x^2+x)
show(f(x).partial_fraction())
```

$$-\frac{3}{x+1} + \frac{3}{x}$$

```
f(x)=7/((x-3)*(x+5))
show(f(x).partial_fraction())
```

$$-\frac{7}{8(x+5)} + \frac{7}{8(x-3)}$$

```
f(x)=(2*x+3)/(x^2-4*x+3)
show(f(x).partial_fraction())
```

$$-\frac{5}{2(x-1)} + \frac{9}{2(x-3)}$$

```
f(x)=(x^3+x^2+x+2)/(x*(x+1))
show(f(x).partial_fraction())
```

$$x - \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x}$$

```
f(x)=(x^2+1)/((x-1)*(x-2)*(x-3))
show(f(x).partial_fraction())
```

$$\frac{1}{x-1} - \frac{5}{x-2} + \frac{5}{x-3}$$

```
f(x)=(2*x+3)/(x^3-2*x^2-5*x+6)
show(f(x).partial_fraction())
```

$$-\frac{1}{15(x+2)} - \frac{5}{6(x-1)} + \frac{9}{10(x-3)}$$

```
f(x)=x^3/(x^2-2*x-3)
show(f(x).partial_fraction())
```

$$x + \frac{1}{4(x+1)} + \frac{27}{4(x-3)} + 2$$