

Exercice 1 (Séries de Fourier) Tracer la fonction, calculer les coefficients de Fourier, écrire les 3 premiers termes de la série:

1. f est une fonction paire et 2π -périodique telle que $f(x) = \pi - x$ pour $x \in [0, \pi]$.
2. f est une fonction impaire et 2π -périodique telle que $f(x) = \pi - x$ pour $x \in [0, \pi]$.

Exercice 2 (Équations différentielles) Résoudre les équations suivantes:

1. $y' - 3y = 4 \sin(2x)$
2. $y'' + 4y' + 5y = 3t - 2$
3. $y' + 2y = \cos(3x)$
4. $y'' + 2y' + 5y = t - 2$

Exercice 3 (Transformées de Laplace) Calculer la transformée de Laplace de chaque fonction:

1. $\mathcal{L}((t^3 - 2t^2 + t - e^{3t})\mathcal{U}(t))$
2. $\mathcal{L}((\cos(2t) - t + 1)\mathcal{U}(t))$
3. $\mathcal{L}(((1+t)e^{-2t})\mathcal{U}(t))$
4. $\mathcal{L}(((\cos(2t) - \sin(t))e^{2t})\mathcal{U}(t))$
5. $\mathcal{L}((t^4 + 3t^2 + e^{2t})\mathcal{U}(t))$
6. $\mathcal{L}((\sin(3t) + t^2)\mathcal{U}(t))$
7. $\mathcal{L}(((2 - t^2)e^{3t})\mathcal{U}(t))$
8. $\mathcal{L}(((\cos(2t) + 1)e^{-t})\mathcal{U}(t))$

Réponses aux colonnes de droites:

```
var('k,x,t,p')
assume(k, 'integer')
show( ((2/(2*pi))*integral((pi-x)*sin(k*omega*x),x,0,pi)+(2/(2*pi))*integral((-pi-x)*sin(k*x),x,-pi,0)).factor())
y=function('y')(x)
show(desolve(diff(y,x)+2*y==cos(3*x),y).expand())
show(desolve(diff(y,x,2)+2*diff(y,x)+5*y==x-2,y))
show((t^4+3*t^2+exp(2*t)).laplace(t,p).factor())
show((sin(3*t)+t^2).laplace(t,p).factor())
show(((2-t^2)*exp(3*t)).laplace(t,p).factor())
show(((cos(2*t)+1)*exp(-t)).laplace(t,p).factor())
```

$$\frac{2}{k}$$

$$Ce^{(-2x)} + \frac{2}{13} \cos(3x) + \frac{3}{13} \sin(3x)$$

$$(K_2 \cos(2x) + K_1 \sin(2x))e^{(-x)} + \frac{1}{5}x - \frac{12}{25}$$

$$\frac{p^5 + 6p^3 - 12p^2 + 24p - 48}{(p-2)p^5}$$

$$\frac{3p^3 + 2p^2 + 18}{(p^2 + 9)p^3}$$

$$\frac{2(p-2)(p-4)}{(p-3)^3}$$

$$\frac{2(p^2 + 2p + 3)}{(p^2 + 2p + 5)(p+1)}$$