

Equations différentielles - TD1

IUT Sénart/Fontainebleau - Département GEII

Année 2020

Exercice 1 Vérifier dans chaque cas vérifier que :

1. la fonction $f(x) = x \ln(x) - x$ est solution de l'équation différentielle $y' = \ln(x)$.
2. la fonction $g(t) = \cos(t)$ est solution de l'équation différentielle $y'' = -\cos(t)$.
3. la fonction $h(x) = \ln(\cos x)$ est solution de l'équation différentielle $y' = -\tan(x)$.
4. la fonction $f(t) = t^2 + 3$ est solution de l'équation différentielle $y' = 2t$.
5. la fonction $k(x) = x \sin(x)$ est solution de l'équation différentielle $y'' = 2 \cos(x) - x \sin(x)$.
6. la fonction $g(t) = \ln(t^2)$ est solution de l'équation différentielle $y' = 2/t$.
7. la fonction $g(x) = x^2 e^{3x}$ est solution de l'équation différentielle $y' = (2x + 3x^2)e^{3x}$.
8. la fonction $f(t) = te^t$ est solution de l'équation différentielle $y'' = (2 + t)e^t$.
9. la fonction $f(t) = \sin(x^2)$ est solution de l'équation différentielle $y' = 2x \cos(x^2)$.
10. la fonction $g(x) = 3x^3 + 3x^2 + x$ est solution de l'équation différentielle $y' = (3x + 1)^2$.
11. la fonction $f(t) = e^{t^2}$ est solution de l'équation différentielle $y'' = (2 + 4t^2)e^{t^2}$.
12. la fonction $h(x) = (x + \frac{1}{x})^2$ est solution de l'équation différentielle $y' = \frac{2(x^4 - 1)}{x^3}$.

Exercice 2 Vérifier dans chaque cas si la fonction donnée est une solution de l'équation différentielle donnée.

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $y' = 2t, f(t) = e^{2t}$ | 9. $y' = 5y, f(t) = 2e^{5t}$ |
| 2. $y' = 2y, f(t) = e^{2t}$ | 10. $y' = -y, g(t) = e^{-t} + 1$ |
| 3. $y'' = -t, g(t) = \cos(t)$ | 11. $y'' = 4y, h(t) = e^{2t}$ |
| 4. $y'' = -y, g(t) = \cos(t)$ | 12. $y'' = -4y, k(t) = \sin(2t)$ |
| 5. $y' = 2t, f(t) = t^2$ | 13. $y' - 3y = 0, y = e^{3t}$ |
| 6. $y' = 3y, g(t) = 5e^{3t}$ | 14. $y' - 3y = 6, y = e^{3t} - 6$ |
| 7. $y'' = e^t, k(t) = e^t + t$ | 15. $y'' + 9y = 0, y = \sin(3t)$ |
| 8. $y'' = y, k(t) = e^t + t$ | 16. $y'' - y = 2, y = e^t - 2$ |

Exercice 3 Donner dans chaque cas l'ensemble de toutes les solutions de l'équation différentielle donnée.

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1. $y' = y$ | 9. $y' = -3y$ |
| 2. $y' - 5y = 0$ | 10. $y' + y = 0$ |
| 3. $2y' + 3y = 0$ | 11. $2y + 5y' = 0$ |
| 4. $5y' + 4y = y' - y$ | 12. $y' + y = -3y + 5y'$ |
| 5. $y' = 2y$ | 13. $y = 2y'$ |
| 6. $y' + 3y = 0$ | 14. $y' + y = y$ |
| 7. $3y' - 4y = 0$ | 15. $2y' - y = y + 2y'$ |
| 8. $5y' + 2y = 3y - 2y'$ | 16. $5y' + 2y = 2y + 5y'$ |