

**Exercice 1 (Equations degré 1)** Résoudre les équations suivante et écrire leur solution sous forme algébrique.

1.  $4jz + 2 = 3z + j$

6.  $jp + 2 - j = 0$

2.  $\lambda + j = j\lambda + 2$

7.  $5j\alpha + 2 = 4\alpha - j$

3.  $(\nu - 2)^2 = (\nu + i)^2$

8.  $(iz - 1)^2 = -(z + 1)^2$

4.  $tz + 2j = jz - 3$ , inconnue  $z$

9.  $tz + 1 = z - t$ , inconnue  $z$

5.  $z + 3jt = tz + 1$ , inconnue  $z$

10.  $z + t^2 = tz - 1$ , inconnue  $z$

**Exercice 2 (Equations degré 2)** Résoudre les équations suivantes et écrire leur(s) solution(s) sous forme algébrique. Dans la mesure du possible placer ces solutions dans le plan complexe.

1.  $z^2 + 2z + 5 = 0$

6.  $z^2 + z + 2 = 0$

2.  $p^2 - p + 1 = 0$

7.  $3\alpha^2 + \alpha + 4 = 0$

3.  $z^2 + iz - 1 = 0$

8.  $2i\tau^2 - 3\tau + i = 0$

4.  $z^2 + (1 + i)z - 2i = 0$

9.  $\tau^2 + (3 + i)\tau + 2 = 0$

5.  $z^2 + tz + 1 = 0$ , inconnue  $z$

10.  $tz^2 + z + 1 = 0$ , inconnue  $z$

**Exercice 3 (Intégrales et linéarisation)** Calculer les intégrales suivantes en utilisant la linéarisation

1.  $\int_{-\pi}^{\pi/4} \sin^2(x) dx$

3.  $\int_0^{\pi/8} \cos^2(x) dx$

2.  $\int_{-\pi/6}^{\pi/6} \cos^3(x) dx$

4.  $\int_0^{\pi/4} \sin^3(x) dx$

### Commandes SAGE:

Les résultats finaux des questions de la colonne de droite sont donnés par les calculs du logiciel Sage ci-dessous.

```
var('p,al,z,t,tau')
show(solve(i*p+2-i==0,p))
```

```
[p = (2i + 1)]
```

```
show(solve(5*i*al+2==4*al-i,al))
```

```
[al = (14/41*i + 3/41)]
```

```
show(solve((i*z-1)^2==(z+1)^2,z))
```

```
[z = (-1/2*i - 1/2)]
```

```
show(solve(t*z+1==z-t,z))
show(solve(z+t^2==t*z-1,z))
```

```
[z = -t+1/t-1]
```

```
[z = (t^2+1)/(t-1)]
```

```
show(solve(z^2+z+2==0,z))
```

```
[z = -1/2*i*sqrt(7) - 1/2, z = 1/2*i*sqrt(7) - 1/2]
```

```
show(solve(3*al^2+al+4==0,al))
```

```
[al = -1/6*i*sqrt(47) - 1/6, al = 1/6*i*sqrt(47) - 1/6]
```

```
show(solve(2*i*tau^2-3*tau+i==0,tau))
```

```
[tau = 1/4*i*sqrt(17) - 3/4*i, tau = -1/4*i*sqrt(17) - 3/4*i]
```

```
show(solve(tau^2+(3+i)*tau+2==0,tau))
```

```
[tau = -1/2*sqrt(6i) - 1/2*i - 3/2, tau = 1/2*sqrt(6i) - 1/2*i - 3/2]
```

```
show(solve(t*z^2+z+1==0,z))
```

```
[z = -sqrt(-4t+1)+1/(2t), z = sqrt(-4t+1)-1/(2t)]
```

```
show(solve(-4*t+1>0,t))
```

```
[t < (1/4)]
```

```
show((cos(x)^2).reduce_trig())
```

```
1/2*cos(2*x) + 1/2
```

```
show(integral(cos(x)^2,x,0,pi/8))
```

```
1/32*sqrt(2)*(sqrt(2)*pi+4)
```

```
show((sin(x)^3).reduce_trig())
```

```
-1/4*sin(3*x) + 3/4*sin(x)
```

```
show(integral(sin(x)^3,x,0,pi/4))
```

```
-5/12*sqrt(2)+3/2
```