

Exercice 1 (Equations différentielles avec Laplace) Dans chaque cas résoudre l'équation différentielle donnée en utilisant la transformée de Laplace:

$$1. \begin{cases} y' + 3y = 5e^{2t} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} y' - 4y = 2e^{3t} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} y'' - 2y' - 3y = 3e^{2t} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} y'' + y' - 2y = 3e^{-t} \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} y' - y = \cos(2t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} y' + y = \sin(3t) \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

Exercice 2 (Fonction de transfert) Dans chaque cas calculer la réponse impulsionnelle, la réponse indiciale ainsi que l'amplitude et le déphasage en régime permanent pour l'entrée sinusoïdale donnée.

$$1. H(p) = \frac{3}{1+2p}: \text{réponses impulsionnelle, indiciale et réponse à } e(t) = 3 \sin(2t).$$

$$3. H(p) = \frac{2}{1-3p}: \text{réponses impulsionnelle, indiciale et réponse à } e(t) = 4 \sin(3t).$$

$$2. H(p) = \frac{1}{p^2+4p+5}: \text{réponses impulsionnelle, indiciale et réponse à } e(t) = 2 \sin(t).$$

$$4. H(p) = \frac{1}{p^2+6p+13}: \text{réponses impulsionnelle, indiciale et réponse à } e(t) = \sin(2t).$$

Réponses aux questions des colonnes de droite:

```
var('t,p')
y=function('y')(t)
show(desolve(diff(y,t)-4*y==2*exp(3*t),y,[0
show(desolve(diff(y,t,2)+diff(y,t)-2*y==3*e
show(desolve(diff(y,t)+y==sin(3*t),y,[0,-1])
```

$$3 e^{4t} - 2 e^{3t}$$

$$-\frac{3}{2} e^{-t} + \frac{2}{3} e^{(-2t)} - \frac{1}{6} e^t$$

$$-\frac{3}{10} \cos(3t) - \frac{7}{10} e^{(-t)} + \frac{1}{10} \sin(3t)$$

```
H(p)=2/(1-3*p)
show(inverse_laplace(H(p),p,t))
show(inverse_laplace(H(p)*1/p,p,t))
show(4*abs(H(3*i)))
show(arg(H(3*i)))
H(p)=1/(p^2+6*p+13)
show(inverse_laplace(H(p),p,t))
show(inverse_laplace(H(p)*1/p,p,t))
show(abs(H(2*i)))
show(arg(H(2*i)))
```

$$-\frac{2}{3} e^{(\frac{1}{3}t)}$$

$$-2 e^{(\frac{1}{3}t)} + 2$$

$$4 \sqrt{\frac{2}{41}}$$

$$\arctan(9)$$

$$\frac{1}{2} e^{(-3t)} \sin(2t)$$

$$-\frac{1}{26} (2 \cos(2t) + 3 \sin(2t)) e^{(-3t)} + \frac{1}{13}$$

$$\frac{1}{15}$$

$$-\arctan\left(\frac{4}{3}\right)$$